Algoritmide ja andmestruktuuride eksam

29. jaanuar 2007
variant A

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja randomiseeritud kiirmeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle keskmine keerukus (**1 punkt**)?

2. Kui mingi sorteerimisalgoritm kasutab sorteeritavate elementide poole pöördumisel ainult kahe elemendi võrdlemise operatsiooni, siis milline peab selle meetodi keerukushinnang halvimal juhul vähemalt olema (**2 punkti**)? Anna ka tõestus (**8 punkti**).

3. Defineeri m-rajaline otsimispuu (**3 punkti**) ja B-puu (**3 punkti**). Kirjelda kirjete lisamist B-puusse (**4 punkti**) ja kustutamist sealt (**4 punkti**).

4. Kirjelda, kuidas lineaarses ajas leida lühimaid teid suunatud tsükliteta graafi mingist tipust tema teistesse tippudesse (**7 punkti**).

5. Kirjelda, kuidas kontrollida, kas mingi punkt kuulub mingi hulknurga (mis on antud oma tippude koordinaatide järjendina) sisepiirkonda (**6 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

2 Ülesanded

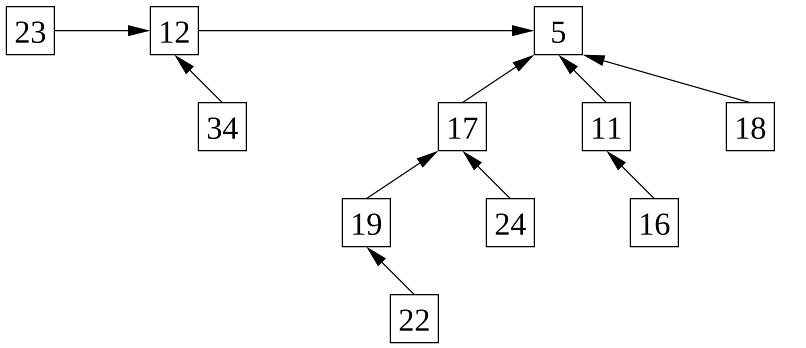
Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

3 Praktikumihinne

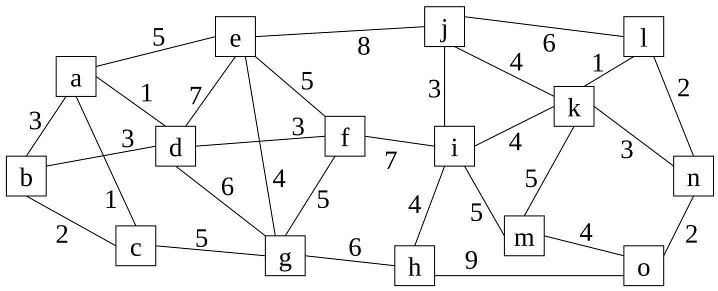
E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

Algoritmide ja andmestruktuuride eksamiülesanded, 29.01.2007

1. ülesanne (10 punkti) Rakenda allolevale binomiaalkuhjale toodud järjekorras järgmisi operatsioone (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele): „lisa 32“, „vähenda võtit ($16 \to 3$)“, „võta minimaalne“, „suurenda võtit ($17 \to 25$)“. Joonista välja kuhi peale iga operatsiooni.



2. ülesanne (10 punkti) Leia allolevas graafis minimaalse kaaluga aluspuu, kasutades Kruskali algoritmi. Vastuses peavad sisalduma aluspuusse kuuluvad servad (antud oma otstippudega) ning ka järjekord, milles nad puusse lisati.



3. ülesanne (10 punkti) Leia sõnede `abcdacdad` ja `adbacdbadd` pikim ühine osasõne.

4. ülesanne (25 punkti) Pane kirja *on-line* kumera katte leidmise algoritm, s.t. selline algoritm, mis leiab mingi punktihulga kumera katte, kusjuures need punktid antakse algoritmile ette ükshaaval (suvalises järjekorras) ning programm peab peale iga punkti lugemist väljastama juba sisestatud punktide kumera katte. Maksimumpunktide saamiseks peab algoritmi täistööaeg (s.t. aeg kõigi n punkti töötlemiseks) olema $O(n \log n)$, arvestamata aega, mis kulub juba leitud kumerate katete väljastamiseks (sest vastuseks oleva n kumera katte kogupikkus on üldjuhul $\Theta(n^2)$); toodud peab olema ka keerukushinnangu põhjendus. Kuni **15 punkti** saab algoritmi eest, mille täistööaeg on $O(n^2)$.
Lubatud on teha lihtsustav eeldus, et algoritmile antakse esimesena ette kõige väiksema ordinaadiga punkt.

5. ülesanne (20 punkti) Tõesta formaalselt paremal toodud programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$\{n \geq k \wedge k \geq 0\}$
$i := k$
$j := 1$
$r := 1$
$\textit{while } i \leq n \textit{ do}$
$\quad i := i + 1$
$\quad r := r \cdot i / j$
$\quad j := j + 1$
$\textit{od}$
$\{r = \binom{n}{k}\}$

Algoritmide ja andmestruktuuride eksam

29. jaanuar 2007
variant B

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja pistemeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle keerukus halvimal juhul (**1 punkt**)?
2. Defineeri kahendotsimise puu (**3 punkti**) ja AVL-puu (**3 punkti**). Kirjelda tippude lisamist kahendotsimise puusse (**4 punkti**) ja kustutamist sealt (**4 punkti**).
3. Defineeri prefikskoodid (**2 punkti**). Millist tingimust rahuldavad Huffmani koodid kõigi prefikskoodide seas (**2 punkti**)? Kirjelda Huffmani koodi leidmise algoritmi (**6 punkti**).
4. Pane kirja Dijkstra algoritm lühimate teede leidmiseks graafi mingist tipust teistesse tippudesse (**7 punkti**).
5. Kirjelda, kuidas leida hulknurga (mis on antud oma tippude koordinaatide järjendina) pindala (**6 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

2 Ülesanded

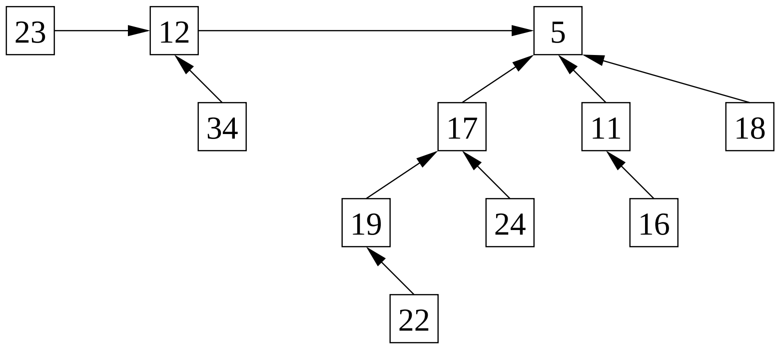
Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

3 Praktikumihinne

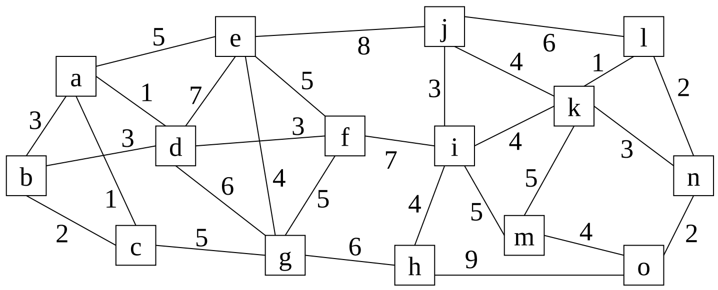
E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

Algoritmide ja andmestruktuuride eksamiülesanded, 29.01.2007

1. ülesanne (10 punkti) Rakenda allolevale binomiaalkuhjale toodud järjekorras järgmisi operatsioone (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele): „lisa 14“, „vähenda võtit ($22 \to 9$)“, „võta minimaalne“, „suurenda võtit ($17 \to 30$)“. Joonista välja kuhi peale iga operatsiooni.



2. ülesanne (10 punkti) Leia allolevas graafis minimaalse kaaluga aluspuu, kasutades Primi algoritmi ja alustades tipust 'a'. Vastuses peavad sisalduma aluspuusse kuuluvad servad (antud oma otstippudega) ning ka järjekord, milles nad puusse lisati.



3. ülesanne (10 punkti) Leia sõnede `adcbbadabc` ja `badbaadca` pikim ühine osasõne.

4. ülesanne (25 punkti) Pane kirja *on-line* kumera katte leidmise algoritm, s.t. selline algoritm, mis leiab mingi punktihulga kumera katte, kusjuures need punktid antakse algoritmile ette ükshaaval (suvalises järjekorras) ning programm peab peale iga punkti lugemist väljastama juba sisestatud punktide kumera katte. Maksimumpunktide saamiseks peab algoritmi täistööaeg (s.t. aeg kõigi n punkti töötlemiseks) olema $O(n \log n)$, arvestamata aega, mis kulub juba leitud kumerate katete väljastamiseks (sest vastuseks oleva n kumera katte kogupikkus on üldjuhul $\Theta(n^2)$); toodud peab olema ka keerukushinnangu põhjendus. Kuni **15 punkti** saab algoritmi eest, mille täistööaeg on $O(n^2)$.
Lubatud on teha lihtsustav eeldus, et algoritmile antakse esimesena ette kõige väiksema ordinaadiga punkt.

5. ülesanne (20 punkti) Tõesta formaalselt paremal toodud programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$\{n \geq k \wedge k \geq 0\}$
$i := k$
$j := 1$
$r := 1$
while $i \leq n$ *do*
  $i := i + 1$
  $r := r \cdot i / j$
  $j := j + 1$
od
$\{r = \binom{n}{k}\}$