# Algoritmide ja andmestruktuuride eksam

**24. jaanuar 2006**
**variant A**

## 1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja kuhjameetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal juhul (**1 punkt**)?
2. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab paisktabel, kus põrkeid lahendatakse välisahelate meetodil (**3 punkti**)? Kirjelda kasutatavaid andmestruktuure (**3 punkti**) ja neid operatsioone realiseerivaid algoritme (**5 punkti**).
3. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab binomiaalkuhi (**5 punkti**)?
4. Pane kirja Floyd-Warshalli algoritm lühimate teede leidmiseks graafi kõigi tippude vahel (**7 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus (**1 punkt**)?
5. Defineeri sõne ja alamsõne (**2 punkti**). Kirjelda Knuth-Morris-Pratti algoritmi alamsõne $s$ esinemiste leidmiseks sõnes $t$ (**6 punkti**).
6. Kirjelda punktihulga kumera katte leidmist Grahami seiremeetodil (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

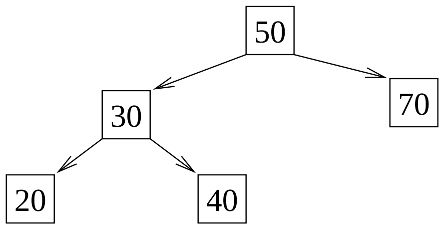
## 2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

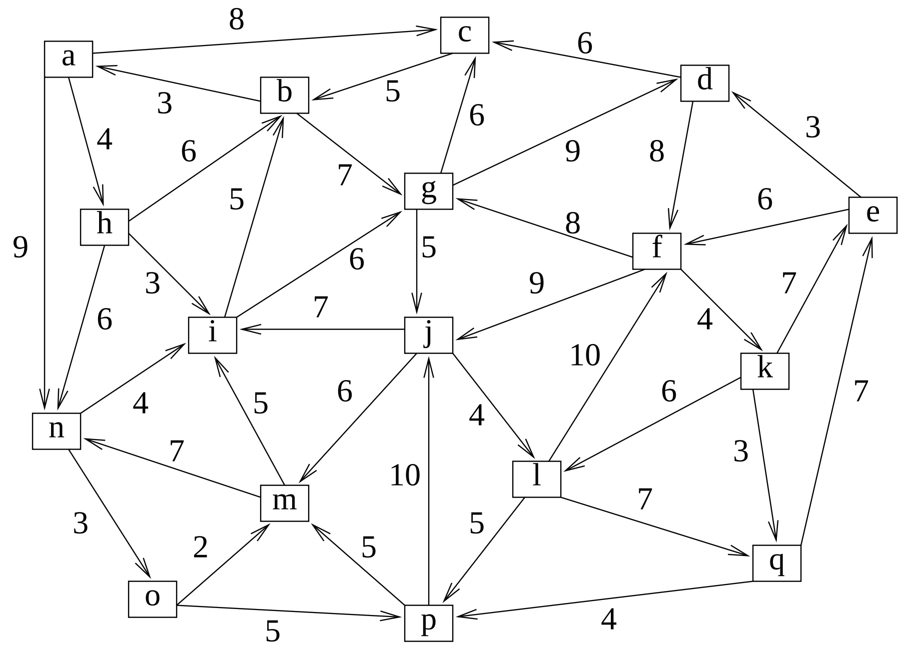
## 3 Praktikumihinne

E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

**1. ülesanne (10 punkti)** Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: „lisa 45“, „lisa 25“, „kustuta 20“, „kustuta 25“, „kustuta 30“. Joonista puu peale iga operatsiooni.




**2. ülesanne (10 punkti)** Läbi allolev graaf laiuti, alustades tipust $e$.




**3. ülesanne (10 punkti)** Leia ülalolevas graafis (kaarte suundi arvestamata) minimaalse kaaluga aluspuu, kasutades Primi algoritmi ja alustades tipust $q$. Vastuses peavad sisalduma aluspuusse kuuluvad servad (antud oma otstippudega) ning ka järjekord, milles nad puusse lisati.

**4. ülesanne (25 punkti)** Olgu meil antud suunatud graaf $G = (V, E)$ (mis on mälus kujutatud standardsel viisil). Olgu tipp $u \in V$ ainus selline tipp, millesse ei suubu ükski serv ning millest leiduvad suunatud teed kõikidesse teistesse tippudesse. Mingi kahe tipu $v, w \in V$ jaoks, kus $v \neq w$, ütleme me, et $v$ *domineerib* $w$-d, kui suvaline suunatud tee tipust $u$ tippu $w$ peab läbima tippu $v$. Pane kirja algoritm, mis $G$ kõikide tippude jaoks leiab neid domineerivad tipud. Maksimumpunktide saamiseks peab algoritmi tööaeg olema $O(|V|^2 \cdot |E|)$.

**5. ülesanne (20 punkti)** Tõesta formaalselt paremal toodud programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$\{n \geq 0\}$
$i := 1$
$j := 1$
$r := 0$
*while* $i \leq n$ *do*
  $r := r + j$
  $i := i + 1$
  $j := j + 2$
*od*
$\{r = n^2\}$

# Algoritmide ja andmestruktuuride eksam

**24. jaanuar 2006**
**variant B**

## 1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja kiirmeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)?
2. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab paisktabel, kus põrkeid lahendatakse lahtise adresseerimise meetodil (**3 punkti**)? Kirjelda kasutatavaid andmestruktuure (**3 punkti**) ja neid operatsioone realiseerivaid algoritme (**5 punkti**).
3. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab kahendkuhi (**5 punkti**)?
4. Pane kirja Bellman-Fordi algoritm lühimate teede leidmiseks graafi ühest tipust teistesse tippudesse (**6 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus (**1 punkt**)?
5. Defineeri sõne ja alamsõne (**2 punkti**). Kirjelda Rabin-Karpi algoritmi alamsõne $s$ esinemiste leidmiseks sõnes $t$ (**6 punkti**).
6. Kirjelda punktihulga kumera katte leidmist Jarvise mähkimismeetodil (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

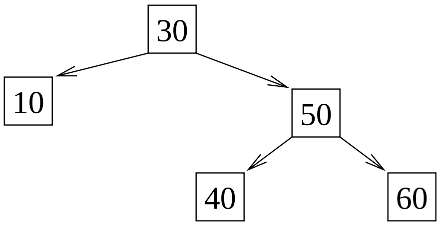
## 2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

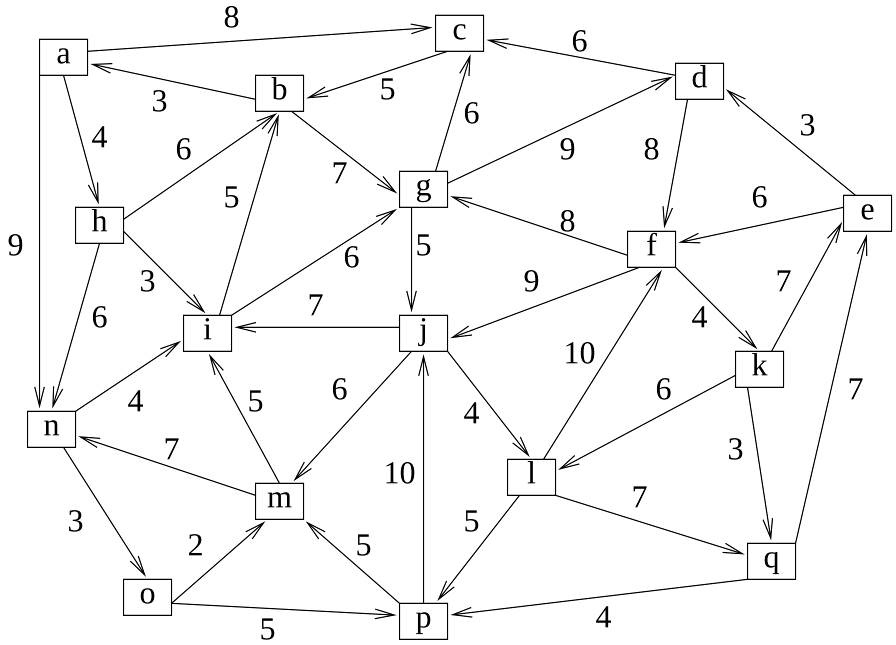
## 3 Praktikumihinne

E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

**1. ülesanne (10 punkti)** Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: „lisa 35“, „lisa 55“, „kustuta 50“, „kustuta 55“, „kustuta 60“.. Joonista puu peale iga operatsiooni.




**2. ülesanne (10 punkti)** Läbi allolev graaf sügavuti, alustades tipust $e$.




**3. ülesanne (10 punkti)** Leia ülalolevas graafis (kaarte suundi arvestamata) minimaalse kaaluga aluspuu, kasutades Kruskali algoritmi. Vastuses peavad sisalduma aluspuusse kuuluvad servad (antud oma otstippudega) ning ka järjekord, milles nad puusse lisati.

**4. ülesanne (25 punkti)** Olgu meil antud suunatud graaf $G = (V, E)$ (mis on mälus kujutatud standardsel viisil). Olgu tipp $u \in V$ ainus selline tipp, millesse ei suubu ükski serv ning millest leiduvad suunatud teed kõikidesse teistesse tippudesse. Mingi kahe tipu $v, w \in V$ jaoks, kus $v \neq w$, ütleme me, et $v$ *domineerib* $w$-d, kui suvaline suunatud tee tipust $u$ tippu $w$ peab läbima tippu $v$. Pane kirja algoritm, mis $G$ kõikide tippude jaoks leiab neid domineerivad tipud. Maksimumpunktide saamiseks peab algoritmi tööaeg olema $O(|V|^2 \cdot |E|)$.

**5. ülesanne (20 punkti)** Tõesta formaalselt paremal toodud programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$\{n \geq 0\}$
$i := 1$
$j := 1$
$r := 0$
*while* $i \leq n$ *do*
    $r := r + j$
    $i := i + 1$
    $j := j + 2$
*od*
$\{r = n^2\}$