Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

18. jaanuar 2006

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja ühildusmeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)? Anna ka tõestus halvima juhu jaoks (**5 punkti**).

2. Kirjelda, kuidas leida (sorteerimata) massiivi $a_1, \ldots, a_n$ suuruselt k-ndat elementi keskmise keerukusega $O(n)$ (**5 punkti**).

3. Defineeri kahendotsimise puu (**3 punkti**) ja AVL-puu (**3 punkti**). Kirjelda tippude lisamist kahendotsimise puusse (**4 punkti**) ja kustutamist sealt (**4 punkti**).

4. Kirjelda Kruskali algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**).

5. Kirjelda, kuidas kontrollida, kas kaks sirglõiku (mis on antud oma otspunktide koordinaatidega) lõikuvad, kasutamata sealjuures jagamistehet (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

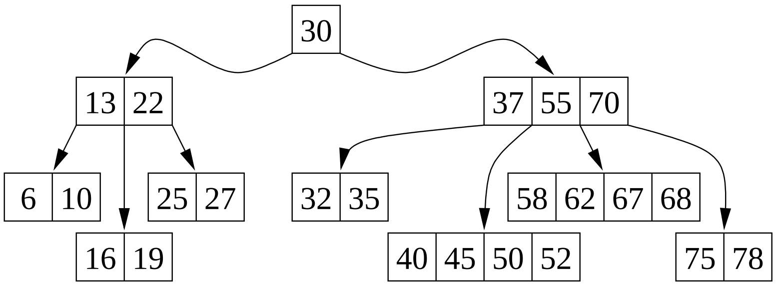
2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

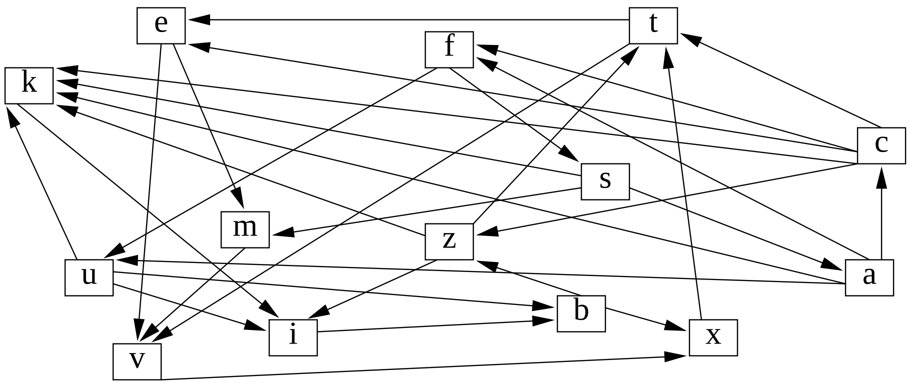
3 Praktikumihinne

E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

Ülesanne 1 (10 punkti). Rakenda allolevale viiendat järku B-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: “lisa 43”, “lisa 65”, “eemalda 75”, “eemalda 16”. Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 2 (10 punkti). Leia alloleva graafi tugevalt sidusad komponendid.



Ülesanne 3 (10 punkti). Leia sõnede abaacbdacbadbba ja cbacbcaddaabca pikim ühine osasõne.

Ülesanne 4 (25 punkti). Olgu meil antud puu $T = (V, E)$, mis on mälus kujutatud standardkujul (puu on suunamata graaf, seega on iga serv kujutatud kaks korda — oma mõlema otstipu juures). Olgu $\ell(e)$ serva $e \in E$ pikkus. Kirjuta algoritm, mis leiab puu kõigi tippude kaugused kõigist teistest tippudest. Maksimumpunktide saamiseks peab ta töötama ajas $O(|V|^2)$.

Ülesanne 5 (20 punkti). Tähistagu kirjutusviis $\mathcal{N}(a, i, j, x, k)$, kus $i \leq j$, et massiivielement $a[x]$ on elementide $a[i], a[i+1], \ldots, a[j]$ seas väiksuselt k-ndal kohal. Teisisõnu, kui me massiivi a lõigu i-st j-ni mittekahanevalt sorteeriksime, siis oleks nende elementide seas k-ndal kohal seisev arv võrdne $a[x]$-ga. Tõesta formaalselt paremal oleva programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$$\{n \geq 2\}$$

```
x := min(a[1], a[2])
y := max(a[1], a[2])
i := 3
while i ≤ n do
    if a[i] < y then
        if a[i] < x then
            y := x
            x := a[i]
        else
            skip
        fi
    else
        y := a[i]
    fi
    i := i + 1
od
```

$$\{\mathcal{N}(a, 1, n, y, 2)\}$$