Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

20. jaanuar 2005

Variant A

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja pistemeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)?
2. Mitu võrdlemist läheb vähemalt vaja selleks, et leida n-elemendilise massiivi minimaalne element, kui ainus massiivi elementidega teha lubatud tehe on kahe elemendi võrdlemine (**2 punkti**)? Anna ka selle alamtõkke tõestus (**8 punkti**).
3. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab paisktabel, kus põrkeid lahendatakse lahtise adresseerimise meetodil (**3 punkti**)? Kirjelda kasutatavaid andmestruktuure (**3 punkti**) ja neid operatsioone realiseerivaid algoritme (**5 punkti**).
4. Kirjelda Kruskali algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**).
5. Kirjelda, kuidas kontrollida logaritmilises ajas, kas mingi punkt kuulub mingi kumera hulknurga (mis on antud oma tippude koordinaatide järjendina, kumerust tuleb lihtsalt eeldada) sisepiirkonda (**8 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

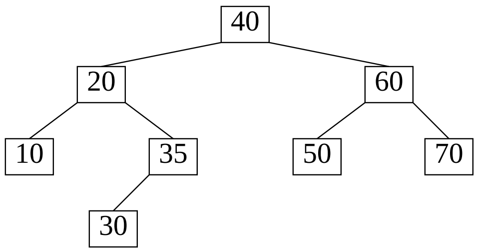
2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

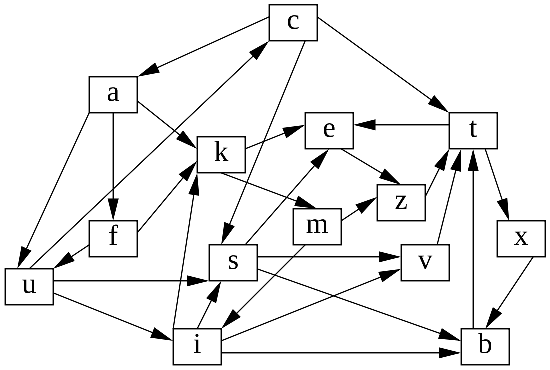
3 Praktikumihinne

$\lfloor \frac{p-50}{3.031} + 0.5 \rfloor$ punkti, kus p on Jüri Kiho pandud punktiarv.

Ülesanne 1 (10 punkti). Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: „lisa 32“, „lisa 37“, „eemalda 60“, “eemalda 50“. Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 2 (10 punkti). Leia alloleva graafi tugevalt sidusad komponendid.



Ülesanne 3 (10 punkti). Leia sõnede abadbadcb ja aabcadbcab pikim ühine osasõne.

Ülesanne 4 (25 punkti). Konstrueeri andmestruktuur, mille sisuks on mingi täisarvude hulk S (tegelikult multihulk — me lubame elementide kordumist) ja mis toetab järgmisi operatsioone:

- $\mathsf{LISA}(S, x)$ lisab hulka S elemendi x;
- $\mathsf{KUSTUTA\text{-}SUUREM\text{-}POOL}(S)$ kustutab hulgast S $\lceil |S|/2 \rceil$ suuremat elementi.

Kirjelda, kuidas hoitakse andmeid ning pane kirja mõlema meetodi pseudokood. Realiseeri seejuures andmestruktuur nii, et mõlema meetodi amortiseeritud keerukus oleks konstantne. Tõesta, et realisatsioon tõepoolest selline on.

Vihjed. S realiseeri massiivina ilma mingi täiendava struktuurita või järjekorrata elementidel. Kustutades leia massiivi suuruselt $\lceil |S|/2 \rceil$-s element ning kopeeri S-i allesjäävad elemendid ümber. Amortiseeritud keerukuse tõestuses võta potentsiaaliks $|S|$.

Ülesanne 5 (20 punkti). Tõesta formaalselt järgmise programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi; tsükliinvariant tuleb ise leida).

$$\{a \geq 0 \wedge b > 0 \wedge a_0 = a\}$$

$r := 0$
while $a \geq b$ *do*
  $a := a - b$
  $r := r + 1$
od

$$\{r = \lfloor a_0/b \rfloor\}$$

Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

20. jaanuar 2005

Variant B

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja kuhjameetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)?
2. Milliseid operatsioone ja millise keerukusega toetab klasside kujutamine Galler-Fisheri meetodil (**3 punkti**)? Kirjelda kasutatavaid andmestruktuure (**3 punkti**) ja neid operatsioone realiseerivaid algoritme (**5 punkti**).
3. Kirjelda Primi algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus, kui kasutatakse kahendkuhja (**1 punkt**)?
4. Defineeri prefikskood (**2 punkti**). Millist tingimust rahuldavad Huffmani koodid (**2 punkti**)? Kirjelda Huffmani koodi leidmise algoritmi (**8 punkti**).
5. Kirjelda punktihulga kumera katte leidmist Jarvise mähkimismeetodil (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

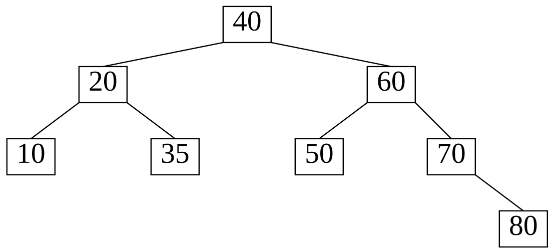
2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

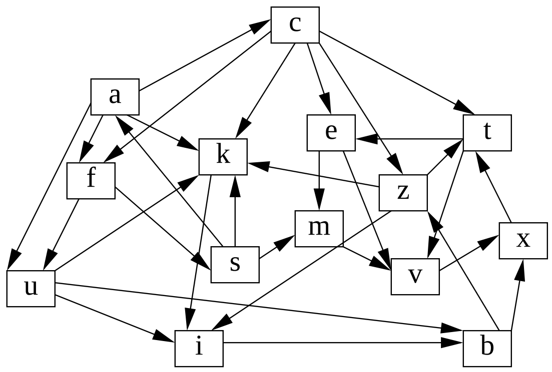
3 Praktikumihinne

$\lfloor \frac{p-50}{3.031} + 0.5 \rfloor$ punkti, kus p on Jüri Kiho pandud punktiarv.

Ülesanne 1 (10 punkti). Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele) järgmisi operatsioone: „lisa 75", „eemalda 50", „lisa 63", „lisa 67". Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 2 (10 punkti). Leia alloleva graafi tugevalt sidusad komponendid.



Ülesanne 3 (10 punkti). Leia sõnede acdaabdab ja cbadabbcda pikim ühine osasõne.

Ülesanne 4 (25 punkti). Konstrueeri andmestruktuur, mille sisuks on mingi täisarvude hulk S (tegelikult multihulk — me lubame elementide kordumist) ja mis toetab järgmisi operatsioone:

- LISA(S, x) lisab hulka S elemendi x;
- KUSTUTA-SUUREM-POOL(S) kustutab hulgast S $\lceil |S|/2 \rceil$ suuremat elementi.

Kirjelda, kuidas hoitakse andmeid ning pane kirja mõlema meetodi pseudokood. Realiseeri seejuures andmestruktuur nii, et mõlema meetodi amortiseeritud keerukus oleks konstantne. Tõesta, et realisatsioon tõepoolest selline on.
Vihjed. S realiseeri massiivina ilma mingi täiendava struktuurita või järjekorrata elementidel. Kustutades leia massiivi suuruselt $\lceil |S|/2 \rceil$-s element ning kopeeri S-i allesjäävad elemendid ümber. Amortiseeritud keerukuse tõestuses võta potentsiaaliks $|S|$.

Ülesanne 5 (20 punkti). Tõesta formaalselt järgmise programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi; tsükliinvariant tuleb ise leida).

$$\{a \geq 0 \wedge b > 0 \wedge a_0 = a\}$$

$r := 0$
while $a \geq b$ *do*
  $a := a - b$
  $r := r + 1$
od

$$\{r = \lfloor a_0/b \rfloor\}$$